

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ACOPLAMENTO 3-D DA CONDUÇÃO-CONVECÇÃO PARA ESCOAMENTOS EM DUTOS RETANGULARES

**Robson Leal da Silva**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) - Divisão Eng. Mecânica-Aeronáutica (IEM)  
Pr. Marechal Eduardo Gomes, 50 - Vila das Acácias CEP 12228-900 – São José dos Campos – SP – Brasil  
rlealsilva@hotmail.com

**Ezio Castejon Garcia**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) - Divisão Eng. Mecânica-Aeronáutica (IEM)  
ezio@ita.br

**Resumo.** Este trabalho tem como objetivo apresentar um modelo matemático e computacional para o estudo do acoplamento de dois modos de transferência de calor: condução e convecção, com distribuição de temperatura tridimensional (3-D) para escoamentos em dutos retangulares. Este acoplamento resulta dos balanços de energia realizados em elementos infinitesimais da parede do duto e que é estabelecido pela dependência destes modos com a distribuição de temperaturas. Esta distribuição surge devido às condições de contorno livres, ou seja, as temperaturas nas paredes não são prescritas, e ainda variáveis com a posição. Os resultados obtidos por simulação numérica, em código fortran, são avaliados para o caso de escoamento interno totalmente desenvolvido em dutos de seção retangular. A metodologia empregada considera a condução nas paredes do duto associada a convecção interna do fluido de trabalho. Os casos estudados foram para escoamento de ar com paredes construídas em aço-carbono, alumínio puro e cobre puro, cujas aplicações práticas estão associadas a dispositivos de ar condicionado e trocadores de calor. Foi desenvolvido um método numérico de solução iterativa do sistema de equações algébricas, obtido através da discretização por diferenças finitas. A convergência deste sistema de equações é obtida pela 1ª Lei da Termodinâmica (conservação da energia ou balanço global) e as distribuições de temperaturas são então obtidas em todo o domínio de cálculo (paredes e fluido). Considerando a parede de espessura fina, a condução é unidimensional; e, para a convecção são consideradas formulações e métodos de solução para o caso de temperaturas variáveis no perímetro da seção transversal de dutos. Os resultados obtidos para diversos materiais construtivos das paredes de dutos são apresentados e o comportamento de alguns parâmetros ao longo do eixo longitudinal do escoamento são comparados.

*Palavras chave:* acoplamento térmico, transferência de calor, métodos numéricos, condução, convecção.

### 1. Introdução

Em diversos sistemas térmicos, a exemplo de trocadores de calor, sistemas de ar condicionado e radiadores automotivos ou em satélites, existem simultaneamente mais de um modo de transferência de calor. Embora seja possível simplificar a análise destes dispositivos, considerando como relevantes apenas um dos modos (condução, convecção ou radiação), em muitas aplicações da engenharia somente o acoplamento de 2 ou 3 modos é capaz de representar fisicamente os parâmetros de controle desejados, além de permitir a análise quantitativa e qualitativa das contribuições de cada modo no fenômeno em estudo. Os resultados assim obtidos permitem entender o processo energético que acontece e maximizar o aproveitamento da energia disponível.

Com o objetivo de estudar situações onde pelo menos 2 modos de transferência de calor são importantes, no presente trabalho é considerado o caso de escoamento laminar em dutos retangulares onde os campos de velocidade e de temperatura estão totalmente desenvolvidos. As condições de contorno nas paredes variam com a posição e não são impostas, ou seja, são deixadas livres. Resultados disponíveis na literatura para dutos de seção retangular (Clark e Kays, 1953) consideram temperaturas constantes nas paredes e são prescritas (Shah e London, 1978). Resultados para temperatura constante na direção longitudinal e variável na direção transversal, foram obtidos por Garcia (1996) para o acoplamento (solução 2-D) da transferência de calor devido à condução, convecção e radiação, simultaneamente.

A condução ocorre nas paredes do duto e a convecção no fluido, em escoamento interno ao duto. A condução de calor é unidimensional (1-D) em uma dada seção, considerando que as paredes são de espessura fina, mas varia longitudinalmente. O escoamento externo entre o ambiente e paredes (superior e inferior) dos dutos dá origem a uma convecção livre e uma convecção forçada é dada pelo fluido que esco internamente ao duto, cuja formulação e método de solução para as configurações deste trabalho foram apresentados por Garcia (1996).

O acoplamento térmico 3-D da condução-convecção é utilizado para modelar um trocador de calor. Trata-se de um dispositivo bastante comum na engenharia térmica, no qual ocorre a troca de calor entre dois fluidos em temperaturas diferentes e separados por uma parede sólida, representada neste trabalho por um duto de formato retangular. As aplicações destes equipamentos são bastante abrangentes, a exemplo de produção de energia, recuperação de calor, aquecimento de ambientes e condicionamento de ar.

Foram estudados os comportamentos do coeficiente de convecção ( $h$ ), do número de Nusselt ( $Nu$ ) e das variações de temperaturas adimensionais ao longo do comprimento longitudinal de dutos. Os resultados pretendem demonstrar

que o número de Nusselt não é constante para a condição de temperaturas não-uniformes nas paredes. Conforme soluções analíticas apresentadas na literatura, existem correlações analíticas para o número de Nusselt de escoamentos laminares e turbulentos em dutos circulares e retangulares quando se estabelece condição de temperatura e/ou fluxo de calor constante para as fronteiras (paredes do duto), os quais resultam em valores de  $Nu = \text{constantes}$ , calculados pela seguinte expressão:  $Nu = h.D_h / k_f$  (Moran et al, 2005; Kays e Crawford, 1980; Bejan, 1984).

## 2. Equações Governantes

Aplicando as hipóteses de escoamento laminar, incompressível, regime permanente, desprezando forças de campo ( $\rho.g$ ), obtêm-se as equações à frente, obtidas da mecânica dos fluidos e transferência de calor, para representar a modelo de interesse. A equação da continuidade é descrita pela Eq. (1a) e (1b), da quantidade de movimento pela Eq. (2a) e (2b) e da energia pela Eq. (3a) e (3b).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (1b)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2a)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2b)$$

$$\rho \cdot c \cdot \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial T_f}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial T_f}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) = +k_f \cdot \left( \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} \right) \quad (3a)$$

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = \frac{u}{\alpha} \cdot \frac{\partial T_f}{\partial z} \quad (3b)$$

Onde  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as componentes cartesianas de velocidades nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente,  $T_f$  é a temperatura do fluido,  $p$  é a pressão interna ao duto,  $dp/dz$  é o gradiente de pressão na mesma direção axial/longitudinal,  $t$  é o tempo,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $k_f$  é a condutividade térmica do fluido,  $c$  é o calor específico à pressão constante e  $\alpha$  a difusividade térmica [ $\alpha = k_f / (\rho \cdot c)$ ].

Para a viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) de pequena ordem de grandeza, a exemplo dos fluidos ar e água, pode-se considerar efeito desprezível do atrito viscoso, o que corresponderia às equações de Euler. O escoamento é considerado na região de completamente desenvolvimento para o campo de velocidade (camada limite hidrodinâmica) e para o campo de temperatura (camada limite térmica). Nesta situação, o perfil de velocidade embora seja 2-D possui apenas a componente de velocidade  $u$ , ou seja, é unidirecional.

Figura 1 indica os eixos, o sistema de referências adotado e um esboço para o duto de seção retangular considerado para o uso das equações governantes das propriedades do escoamento em análise no trocador de calor modelado. São indicadas também as componentes de velocidade para os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  que são respectivamente  $w$ ,  $v$  e  $u$ .

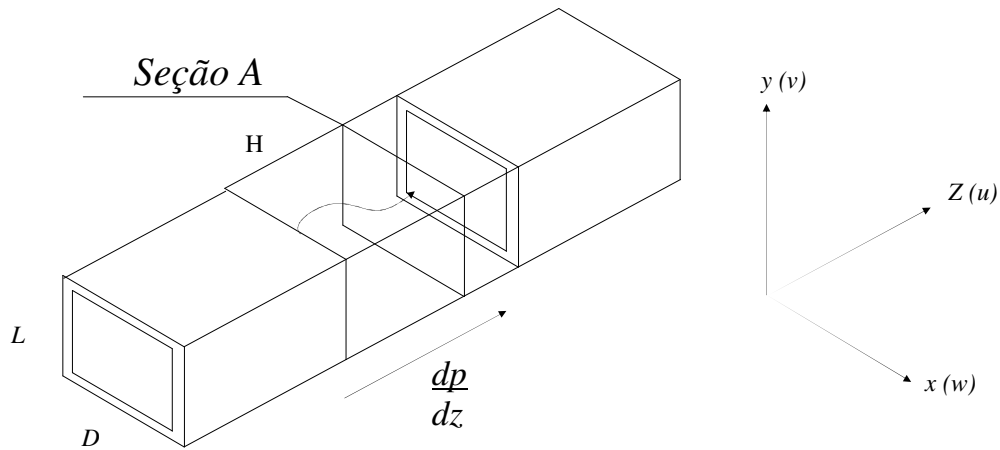


Figura 1. Escoamento em Duto Retangular com Acoplamento 3-D Condução-Convecção (Interna e Externa).

Para uma determinada seção de área \$A\$ na Fig. 1, pode-se definir parâmetros de velocidade e temperatura de mistura do fluido, indicadas respectivamente por \$U\_b\$ e \$T\_b\$, conforme indicados nas Eq. (4) e (5). \$T\_b\$ pode também ser referida como temperatura global, de referência, ou de mistura.

$$U_b = \frac{1}{A} \iint u \cdot dx \cdot dy \quad (4)$$

$$T_b = \frac{\int u \cdot T_f \cdot dA}{U_b \cdot A} = \frac{1}{A \cdot U_b} \iint u \cdot T_f \cdot dx \cdot dy \quad (5)$$

A formulação originalmente desenvolvida por Clark e Kays (1953) para dutos de seções retangulares, considera condições de contorno nas paredes com temperaturas prescritas, constantes na seção e na direção do escoamento. Conforme desenvolvido por Garcia (1996), é possível definir um valor para a temperatura média das paredes em uma determinada seção, \$T\_{wm}\$, Eq. (6). Desta forma é possível desenvolver de maneira análoga à formulação original de Clark e Kays (1953), no qual resulta em uma nova expressão para a equação da energia, que é aqui indicada pela Eq. (7). No presente trabalho é obtido resultados 3-D resolvendo o sistema de equações para uma determinada seção (\$z = n\$) e em seguida para as seções posteriores (\$z = n+1\$), nas quais \$T\_{wm}\$ ainda será constante para cada seção "n", porém variante para seções posteriores.

$$T_{wm} = \frac{\frac{1}{L} \cdot \int_0^L T_1(0, y) \cdot dy + \frac{1}{D} \cdot \int_0^D T_2(x, 0) \cdot dx + \frac{1}{L} \cdot \int_0^L T_3(D, y) \cdot dy + \frac{1}{D} \cdot \int_0^D T_4(x, L) \cdot dx}{4} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = \frac{u}{\alpha} \cdot \left( \frac{T_{wm} - T_f}{T_{wm} - T_b} \right) \frac{\partial T_b}{\partial z} \quad (7)$$

Onde \$T\_1\$, \$T\_2\$, \$T\_3\$ e \$T\_4\$ são as temperaturas em um elemento infinitesimal das superfícies das paredes 1, 2, 3 e 4, localizadas respectivamente na parte inferior, lateral direita, superior e lateral esquerda do duto na Fig. 1.

Para adimensionalizar as variáveis da formulação apresentada, serão aplicadas as seguintes considerações:

$$X = \frac{x}{D_h} \quad (8)$$

$$Y = \frac{y}{D_h} \quad (9)$$

$$\phi = \frac{a.(T_{wm} - T_f)}{U_b . D_h^2 \cdot \left( \frac{dT_b}{dz} \right)} \quad (10)$$

onde " $D_h$ " é o diâmetro hidráulico para um perímetro " $P_e$ ", sendo que " $D_h$ " é definido como:

$$D_h = \frac{4A}{P_e} = \frac{2.L.D}{L + D} \quad (11)$$

Substituindo as Eq. (8) a (11) na Eq. (7), a equação da energia na forma adimensional fica da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} = - \frac{u}{U_b} \cdot \frac{\phi}{\phi_b} \quad (12)$$

Na Eq. (12) " $\phi_b$ " é o valor de " $\phi$ ", definido na Eq. (10), para " $T_f$ " substituído por " $T_b$ ", isto é:

$$\phi_b = \frac{a.(T_{wm} - T_b)}{U_b . D_h^2 \cdot \left( \frac{dT_b}{dz} \right)} \quad (13)$$

Equação (12) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{dT_b}{dz} = \frac{a.(T_{wm} - T_b)}{U_b . D_h^2 \cdot \phi_b} \quad (14a)$$

que integrada resulta em:

$$T_b = T_{wm} - \frac{D_h^2 . U_b}{a} \cdot \frac{dT_b}{dz} \cdot \phi_b \quad (14b)$$

Aplicando Eq. (14b) na Eq. (10), resulta em:

$$T_f = T_{wm} - \frac{\phi . U_b . D_h^2 \cdot \left( \frac{dT_b}{dz} \right)}{a} \quad (16)$$

Substituindo a Eq. (16) na Eq. (5):

$$T_b = T_{wm} - \frac{D_h^2}{a.A} \cdot \frac{dT_b}{dz} \cdot \iint u . \phi . dx . dy \quad (17)$$

Substituindo Eq. (17) na Eq. (13), juntamente com as Eq. (8) e (9), obtém-se a temperatura de mistura na forma adimensional:

$$\phi_b = \frac{D_h^2}{A . U_b} \cdot \iint u . \phi . dX . dY \quad (18)$$

Pode-se calcular a taxa de calor por unidade de comprimento do dispositivo em função de  $T_{wm}$  e do coeficiente médio de convecção pela Eq. (19), à frente, ou então em função da variação de entalpia do fluido, dada pela Eq. (20).

$$q'_f = P_e \cdot \bar{h} \cdot (T_{wm} - T_B) \quad (19)$$

$$q'_f = \rho \cdot U_B \cdot A \cdot c_p \cdot \frac{dT_B}{dz} \quad (20)$$

Ao se igualar as Eq. (19) e (20), pode-se desenvolver a expressão resultante e realizar a integração entre uma seção de entrada (chamada de  $z_1$ ) e uma de saída (chamada de  $z_2$ ), que resulta na Eq. (21).

$$T_{b_{z_2}} = T_{wm} - (T_{wm} - T_{b_{z_1}}) e^{-\left(\frac{P_e}{2A}\right)^2 \cdot \frac{a}{U_b} \cdot N_u \cdot (z_1 - z_2)} \quad (21)$$

Pela Eq. (21), pode-se obter a variação de temperatura de mistura “ $T_b$ ” no sentido longitudinal (eixo  $z$ ) dividindo o duto em segmentos e aplicando o modelo numérico para cada um destes segmentos. Conhecendo-se a temperatura de mistura de entrada do duto ( $T_{b1}$ ), após uma dada execução, uma temperatura de mistura de saída ( $T_{b2}$ ) será obtida através desta expressão. Então faz-se  $T_{b1} = T_{b2}$ , e tem-se uma nova  $T_{b1}$  (como dado de entrada) para o próximo segmento, onde teremos uma atualização das condições de contorno, do campo de temperaturas adimensional ( $\phi$ ) e da temperatura de mistura adimensional ( $\phi_b$ ), conforme indicado nas Eq. (13), (14a) e (14b).

## 2.1. Condições de Contorno

As condições de contorno nas formas adimensionais são dadas por:

$$\phi(0, Y) = \frac{a \cdot (T_{wm} - T)}{U_b \cdot D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (22)$$

$$\phi(X, 0) = \frac{a \cdot (T_{wm} - T_2)}{U_b \cdot D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (23)$$

$$\phi(D/D_h, Y) = \frac{a \cdot (T_{wm} - T_3)}{U_b \cdot D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (24)$$

$$\phi\left(X, \frac{L}{D_h}\right) = \frac{a \cdot (T_{wm} - T_4)}{U_b \cdot D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (25)$$

Para o caso especial de temperaturas constantes nas paredes, as Eq. (22) a Eq. (25) serão iguais a zero, e conseqüentemente as condições de contorno não serão funções de “ $dT_b/dz$ ”, no qual este não é previamente conhecido. Este caso simplificado torna-se igual ao estudado por Patankar (1991).

Equações (12), (13), (14b), juntamente com as condições de contorno, Eq. (22) as (25), formam um conjunto de equações diferenciais para os quais os parâmetros “ $\phi$ ” e “ $T_b$ ” são as incógnitas. A resolução deste sistema permite o cálculo do campo de temperatura do fluido, “ $T_f$ ”.

Para o escoamento desenvolvido, o campo de velocidades possui valor máximo no centro do tubo e valor zero nas paredes, devido à condição de contorno de não-escorregamento. O gradiente de pressão entre a entrada e a saída do duto  $dp/dz$  na Eq. (2b), é uma condição imposta, respeitando a condição de escoamento laminar. A temperatura média do fluido “ $T_b$ ” é definida para a secção de entrada e a variação da mesma ao longo do comprimento do duto é obtida pelo balanço de energia que relaciona as taxas de transferência de calor por condução e convecção em cada elemento longitudinal infinitesimal.

Tabela 1. Parâmetros Estabelecidos na Entrada do Duto ( $z = 0$  m) para o fluido interno “ar”

$T_b$		300 (K)
<i>Meio externo - Ar</i>	$T_{externa}$	350 (K)
	$h_{externo}$	12 (W / m <sup>2</sup> . K)
$dp/dz$		16 (Pa/m)
$D$		0,01 (m)
$L$		0,01 (m)
$H$		20 (m)

Para o cálculo de convecção interna, é necessário obter os coeficientes de convecção locais nas paredes.

## 2.2. Propriedades Termofísicas Utilizadas

O trocador de calor representado na Fig. 1 é composto paredes sólidas metálicas (Tab. 2), sendo que o escoamento interno pode ser dado por diversos fluidos (Tab. 3).

Tabela 2. Propriedades (a 300 K) para as Paredes dos Trocadores de Calor (Incropera e De Witt, 1998).

	k (W / m.K)
Aço Carbono Não-Ligado (Mn≤1%; Si≤0.1%)	60,5
Alumínio Puro (Al)	237,0
Cobre Puro (Cu)	401,0

Tabela 3. Propriedades dos Fluidos (a 300 K) em Escoamento Interno e Externo (Moran et al, 2005).

	AR
Calor Específico $C_p$ [kJ/kg.K]	1,007
Massa Específica $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1,1614
Condutividade Térmica $K_f$ [W/m.K]	26,3 x 10 <sup>-3</sup>
Difusividade Térmica $\alpha$ [m <sup>2</sup> /s]	22,5 x 10 <sup>-6</sup>
Viscosidade Dinâmica $\mu$ [N.s/m <sup>2</sup> ]	184,6 x 10 <sup>-7</sup>

## 2.3. Balanço de Energia

A análise de um elemento infinitesimal localizado nas paredes do duto, conforme demonstrado na Fig. 2, permite realizar o balanço de energia que estabelecerá as relações entre os fluxos de calor devido aos modos de transferência de calor no modelo, ou seja, o acoplamento condução-convecção em função da distribuição de temperaturas nas paredes.

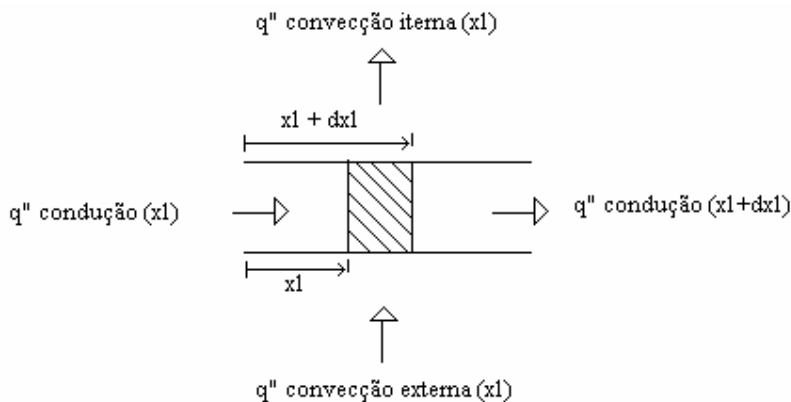


Figura 2. Balanço de Energia devido ao Acoplamento Condução-Convecção.

Assim, pelo princípio da conservação da energia ou 1ª Lei da Termodinâmica, em regime permanente, as quantidades de calor por unidade de comprimento longitudinal que entram no elemento devem ser iguais às quantidades que saem, ou seja, para uma dada parede (parede nº 1), resulta o balanço descrito pela Eq. (26). Balanços e equações semelhantes podem ser obtidas para as outras paredes 2, 3 e 4.

$$q''_{condução}(y_1) \cdot E_1 + q''_{convecção\_externa_1} \cdot dy_1 = q''_{condução}(y_1 + dy_1) \cdot E_1 + q''_{convecção\_interna_1} \cdot dy_1 \quad (26)$$

Desenvolvendo a Eq. (26), chega-se à seguinte relação:

$$\left[ -K_1 \cdot \frac{dT_1}{dy_1} \right] \cdot E_1 + \{h_{externo}(y_1)[T_1(y_1) - T_{externa}]\} \cdot dy_1 = \left[ -K_1 \cdot \frac{dT_1}{dy_1} - K_1 \cdot \frac{d^2T_1}{dy_1^2} \cdot dy_1 \right] \cdot E_1 + \{h_1(y_1)[T_1(y_1) - T_{b\_interna}]\} \cdot dy_1 \quad (27)$$

e finalmente a:

$$K_1 \cdot \frac{d^2T_1}{dy_1^2} \cdot dy_1 \cdot E_1 = +h_1(y_1)[T_1(y_1) - T_{b\_interna}] \cdot dy_1 - h_{externo}(y_1)[T_1(y_1) - T_{externa}] \cdot dy_1 \quad (28)$$

### 3. Implementação Numérica

Após realizar discretização por diferenças finitas, as equações algébricas obtidas para o campo de velocidade e de temperatura do fluido foram resolvidas pelo método de Gauss-Seidel. As equações discretizadas oriundas dos balanços de energia (acoplamento dos modos de transferência de calor condução-convecção) nas paredes (Fig.2) foram resolvidas pelo método TDMA (Patankar, 1982). Procedimento semelhante foi implementado por Garcia (1996). Figura 3 apresenta um fluxograma do método desenvolvido.

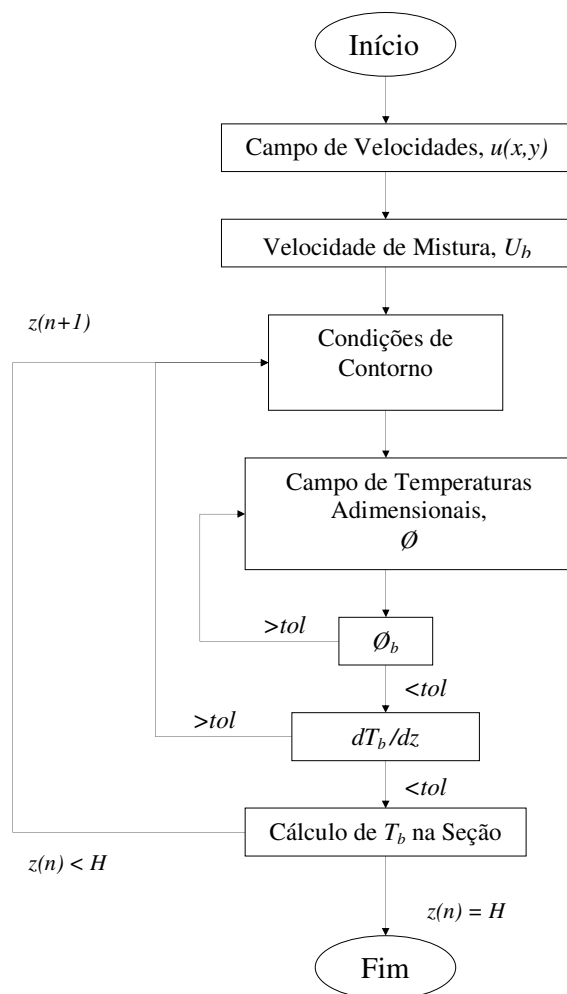


Figura 3. Fluxograma para Solução Iterativa do Modelo.

Após obter-se o campo de velocidade e valores inicialmente estimados para " $T_{wm}$ " e " $dT_b/dz$ ", as equações de contorno são montadas (Eq. 19 a 22). Na seqüência, a equação da energia na forma adimensional, Eq. (12), é resolvida. Uma convergência é obtida para " $\phi_b$ ", calculada pela Eq. (18), completando o primeiro laço iterativo, conforme indicado na Fig. 3. Após, um valor atualizado de " $dT_b/dz$ " é calculado pela Eq. (14a). As condições de contorno são então recalculadas e uma nova solução para a equação da energia é obtida, completando o segundo laço iterativo.

Quando se obtém convergência numérica, o valor de " $T_f$ " é calculado por meio da Eq. (16). Assim, têm-se as informações necessárias para determinar a variação de temperaturas entre duas seções do duto retangular; assim o valor da temperatura de mistura na seção seguinte, ou seja,  $T_b(n+1)$  pode ser obtida. Desta forma obtém-se a variação 3-D da temperatura num intervalo de comprimento " $H$ ". Na figura, " $tol$ " representa o critério de convergência para " $dT_b/dz$ ", para o campo de temperaturas adimensional e também para os coeficientes locais de convecção, tendo sido considerado igual a  $10^{-5}$ .

#### 4. Resultados

Foram obtidos resultados para um dado trocador de calor, conforme parâmetros da Tab. 1, operando com ar (propriedades dadas pela Tab. 3), considerando como materiais de construção das paredes em aço carbono, alumínio e cobre puro (Tab. 2). São apresentadas comparações de escoamentos internos e de materiais construtivos, sob análise quantitativa (desta forma é possível dimensionar o comprimento necessário do dispositivo para o qual se deseja implementar uma dada troca de calor).

##### 4.1 Gradientes Longitudinais



Figura 4 apresenta a variação dos gradientes das temperaturas de mistura do fluido “ $T_b$ ”, e médias das paredes “ $T_{wm}$ ”, para os primeiros dez metros de dispositivo (embora tenham sido obtidos resultados numéricos até vinte metros de comprimento, aqui não apresentados). As mesmas informações contidas na Fig. 4 são visualizadas de outra maneira na Fig. 5, utilizando uma mesma escala adimensional (apresentada na legenda desta) para todas as situações estudadas.

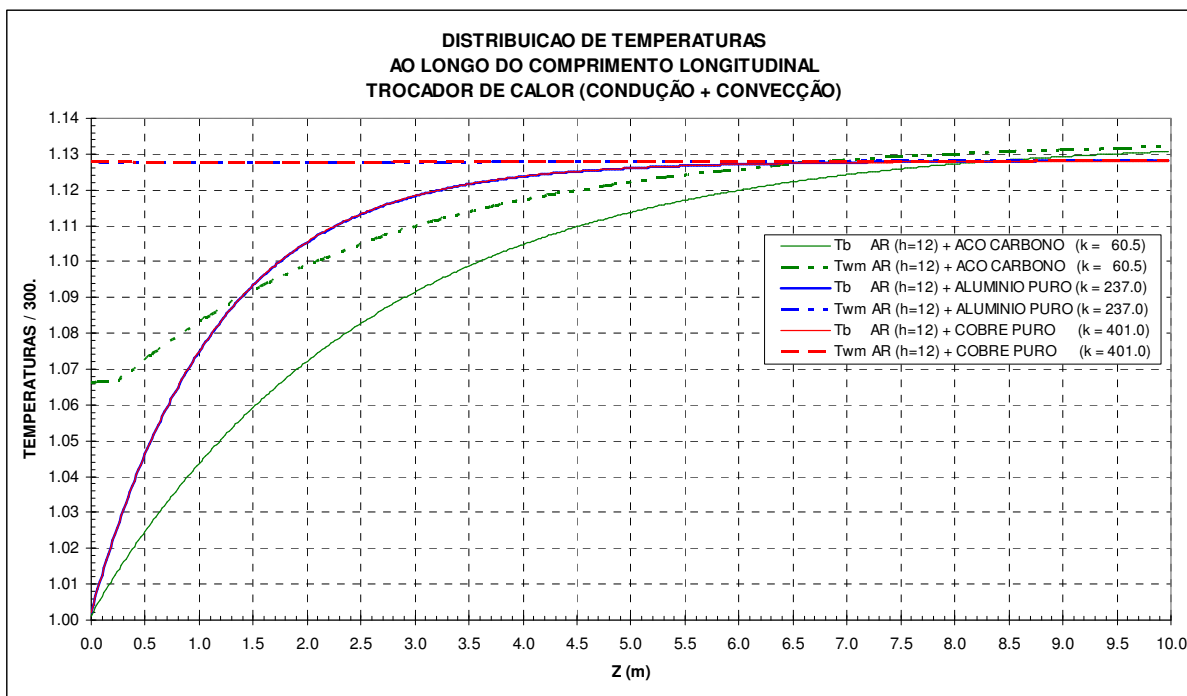


Figura 4. Gradientes de Temperatura de Mistura do Fluido e das Médias das Paredes.

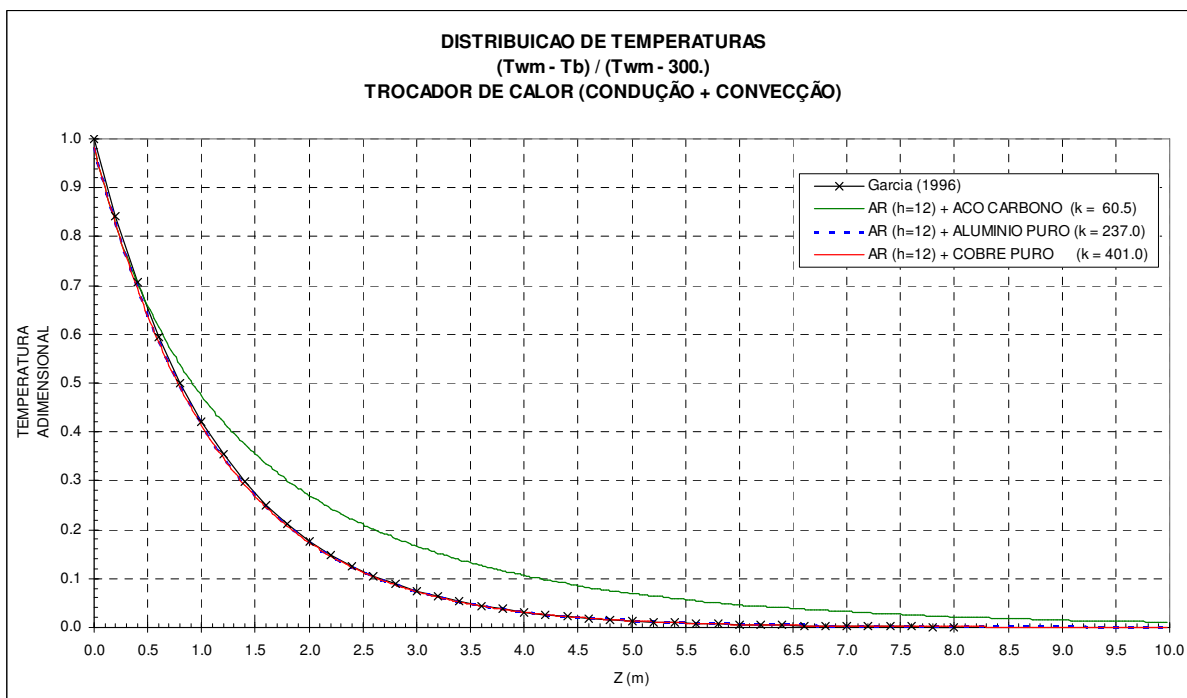


Figura 5. Distribuições das Temperaturas Adimensionalizadas.

Considerando o *ar* como fluido de trabalho, os resultados de Garcia (1996) indicam que não existe troca de calor significativa após  $z = 5$  m, para a condição de acoplamento 2-D da condução-convecção-radiação. Conforme indicado

na Fig. 4 e 5, há troca de calor significativa até  $z = 8$  m quando se considera parede do duto em aço-carbono, e até  $z = 6$  m quando feitas de alumínio ou cobre puro, para a condição de acoplamento 3-D da condução-convecção. Sem considerar o efeito da transferência de calor por radiação, as diferenças acontecem porque os resultados do modelo atual consideram as temperaturas das paredes e do fluido variantes ao longo do sentido longitudinal (solução 3-D), enquanto que o trabalho de Garcia (1996) faz referência às temperaturas variantes na seção transversal da parede, porém constantes no sentido longitudinal (solução 2-D). Percebe-se que ao se utilizar alumínio ou cobre, a troca de calor condução-convecção é intensificada uma vez que a temperatura de mistura do escoamento rapidamente atinge a temperatura média das paredes.

A temperatura de mistura tem elevação mais acentuada na direção longitudinal (Fig. 5), onde o numerador da expressão  $(T_{w_m} - T_b) / (T_{w_m} - 300.)$  é maior na solução apresentada no presente trabalho do que o apresentado por Garcia (1996). A expressão apresentada representa a proximidade entre a temperatura do fluido e paredes, ou seja, a existência de troca de calor dada pela diferença de temperaturas em cada seção. Quanto menor o seu valor, menor será a troca de calor entre o fluido e paredes.

Analisando as trocas de calor apresentadas, trocadores de calor de alumínio e cobre mostram-se adequados para equipamentos compactos. Comprimentos maiores são requeridos quando se utiliza o aço-carbono, sendo este, no entanto, como é sabido, um material de menor custo.

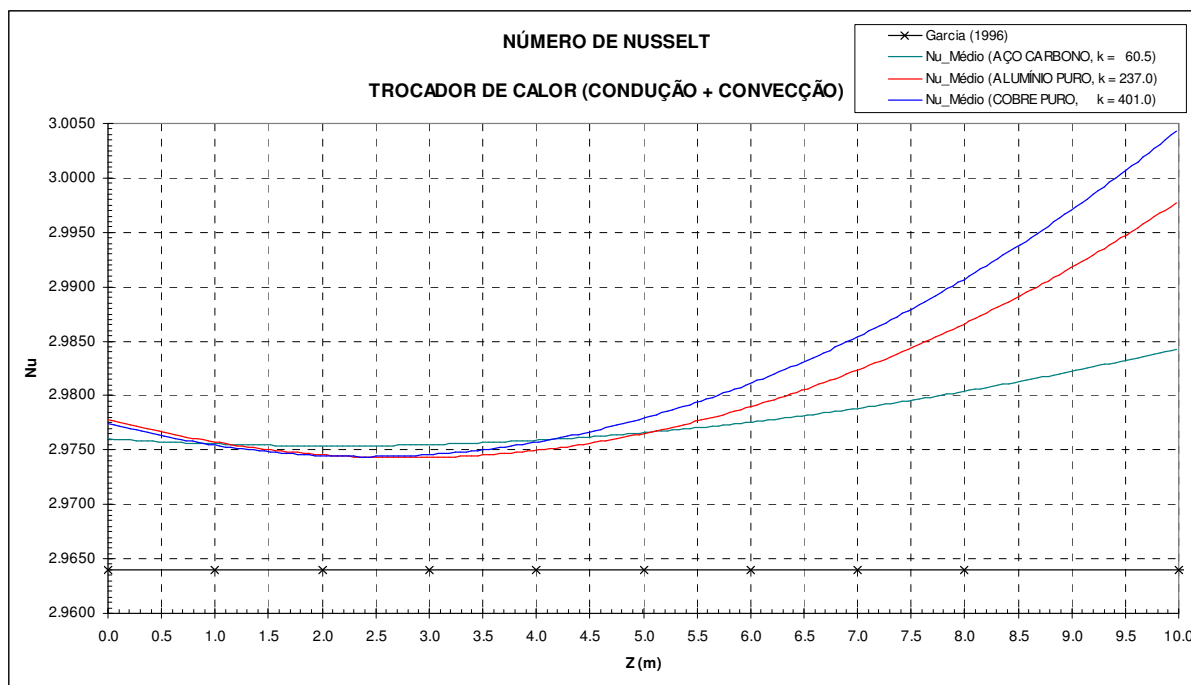


Figura 6. Número de Nusselt – T. C. com AR para Diversos Materiais.

O valor médio do número de Nusselt ( $Nu_{médio}$ ) do escoamento, obtido para cada seção transversal do duto retangular (coordenada Z), com os 3 materiais de trabalho são indicados na Fig. 6. Nota-se de maneira bem definida que os valores encontrados são variáveis para a condição estabelecida de temperaturas nas paredes não-prescritas e variantes. Resultados da literatura (Moran et al, 2005; Kays e Crawford, 1980; Bejan, 1984) indicam valores de  $Nu$  constantes, sendo função apenas da razão de aspecto ( $L/D$ ), quando são estabelecidas condições de contorno de temperatura ou fluxo de calor constante.

#### 4.2 Campo de Temperatura

Uma vez obtidas as temperaturas de mistura, o algoritmo de solução permite calcular o campo de temperaturas em todo o domínio computacional. As soluções obtidas, após convergência numérica, para algumas seções longitudinais ( $Z = 0, 2, 4$  e  $6$  metros) são mostradas nas Fig. 7 e 8.

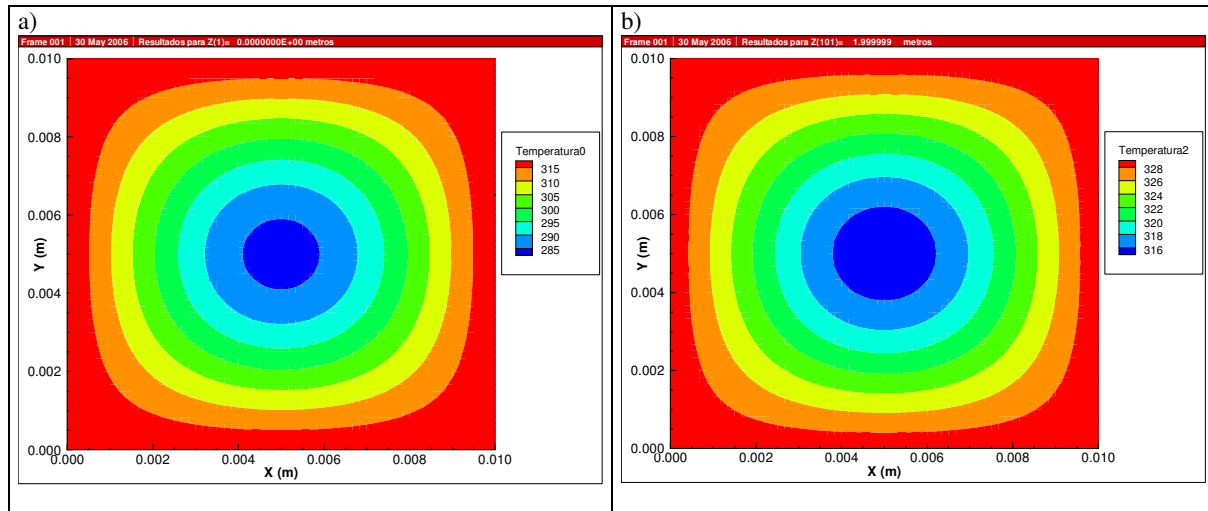


Figura 7. Campo de Temperatura para a seção de entrada,  $z = 0$  m (a), e  $z = 2$  m (b). Temperatura em K.

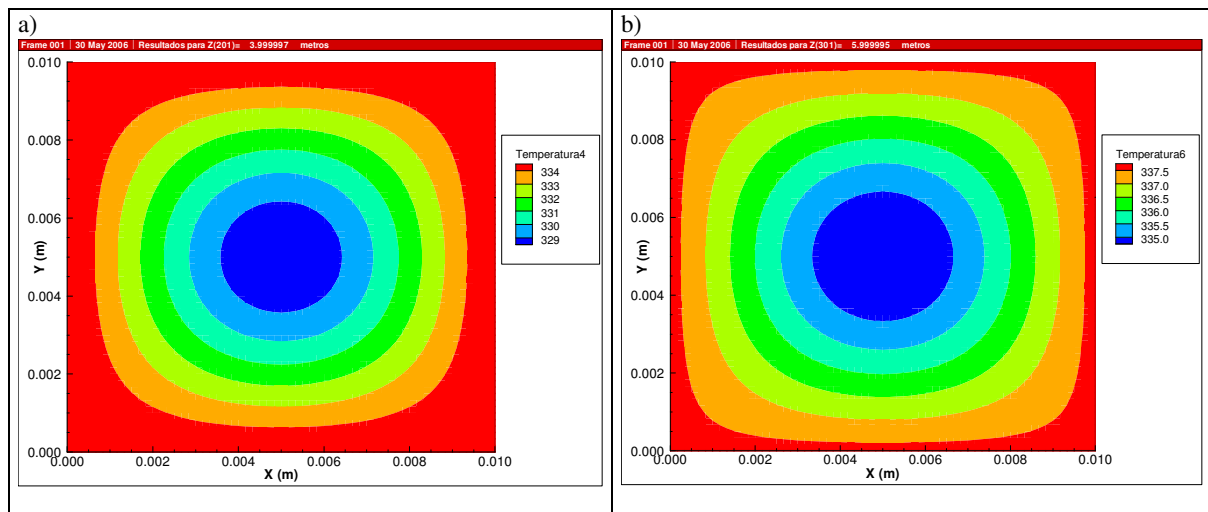


Figura 8. Campo de Temperatura para as seções  $z = 4$  m (a) e  $z = 6$  m (b). Temperatura em K.

Percebe-se que as escalas de temperaturas são crescentes conforme se avança no comprimento longitudinal  $Z(m)$ , representando o gradativo aumento das temperaturas do fluido devido ao acoplamento condução-convecção existente. Estes valores estão associados também aos gradientes de temperaturas e “ $Nu$ ” obtidos, representados nas Fig. 4, 5 e 6.

### 5. Conclusões e Trabalhos Posteriores

Foi desenvolvido um modelo computacional que apresenta um avanço quanto àquele descrito por Garcia (1996), visto que o presente trabalho possibilita a análise 3-D do acoplamento da condução-convecção. Em relação ainda ao trabalho de Garcia (1996), o presente trabalho demonstra uma maior abrangência da metodologia de aproximação para temperaturas das paredes constantes longitudinalmente (Clark e Kays, 1953). Os resultados obtidos para o acoplamento condução-convecção em dutos retangulares são consistentes com o funcionamento e aplicação de trocadores de calor existentes, nos quais o aumento da troca de calor está diretamente relacionado com o tamanho do trocador.

Para trabalhos posteriores, considerando a metodologia aplicada, pretende-se obter resultados para operação do sistema térmico utilizando como fluidos de trabalho água e óleo. Desta maneira, o universo de aplicações possíveis para a ferramenta computacional desenvolvida será ampliado. Outras implementações futuras no atual modelo serão: a) acoplar mais um modo de transferência de calor, a radiação térmica, no sistema de equações; b) estudar o campo de geração de entropia devida às trocas de calor; c) analisar o efeito da dissipação viscosa na equação da energia.

## 6. Agradecimentos

O primeiro autor agradece ao seu orientador, Ezio Castejon Garcia, pelo suporte dado ao presente trabalho e na atuação sempre presente no contexto do programa de estudos de doutorado que vêm sendo desenvolvido desde agosto de 2005, e também à colaboração de Aletéia Marcelle Primão da Silva nos arranjos deste artigo e apoio recebido na vida conjugal.

## 7. Referências

- Bejan, A., 1984, "Convection Heat Transfer", Ed. Wiley, New York, USA.
- Clark, S. H., e Kays, W. M., 1953, "Laminar Flow Forced Convection in Rectangular Tubes", Transactions ASME, Vol. 10, pp. 859-866.
- Fox, R. W., McDonald, A. T., 1995, "Introdução à Mecânica dos Fluidos", 4ª Edição, Ed. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, Brazil.
- Garcia, E. C., 1996, "Condução, Convecção e Radiação Acopladas em Coletores e Radiadores Solares", ITA-Tese de Doutorado, São José dos Campos, Brazil.
- Incropera, F. P., De Witt, D. P., 1998, "Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa", Ed. LTC, Rio de Janeiro, Brazil.
- Kays, W. M., e Crawford, M. E., 1980, "Convective Heat and Mass Transfer", Ed. McGraw-Hill, New York, USA.
- Moran, M. J. et al, 2005, "Introdução à Engenharia de Sistemas Térmicos: Termodinâmica, Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor", Ed. LTC, Rio de Janeiro, Brazil.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, Washington, USA.
- Patankar, S. V., 1991, "Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer", Innovative Research, Maple Grove, USA, 354 p.
- Shah, R. K. and London, A. L., 1978, "Laminar Flow Forced Convection in Ducts", Advances in Heat Transfer, Academic Press, New York, USA.

## NUMERICAL SIMULATION OF 3-D CONDUCTION-CONVECTION COUPLING IN RECTANGULAR DUCT FLOWS

Robson Leal da Silva

Technological Institute of Aeronautics (ITA) – Mechanical-Aeronautical Engineering (IEM)

Pr. Marechal Eduardo Gomes, 50 - Vila das Acácias CEP 12228-900 – São José dos Campos – SP – Brasil

rlealsilva@hotmail.com

Ezio Castejon Garcia

Technological Institute of Aeronautics (ITA) – Mechanical-Aeronautical Engineering (IEM)

ezio@ita.br

### Abstract

The aim of this work is to present a mathematical and computational model for studies in the coupling of the two heat transfer modes that are, conduction and convection, with 3-D temperature distributions in rectangular duct flows. The coupling of equations appears in the energy balancing at finite elements of the duct walls where there are transfer modes and temperature distributions dependencies. That distribution arises as free boundary conditions, i.e., temperatures at boundaries are not prescribed and are also variable according to its position. The results obtained from numerical simulation, FORTRAN code, are evaluated for internal flows fully developed in ducts of rectangular sections. Methodology applied considers conduction at the duct walls associated to internal convection from the working fluid. Cases were analyzed for air flow in carbon-steel, pure aluminum and pure copper, which are applicable to mechanical devices as air-conditioning and heat exchanges. It was developed a numerical method of iterative solution for the systems of algebraic equations obtained, that consists in finite differences discretization. Convergence for the equations system is obtained by the first law of thermodynamics (energy conservation or global balance). Temperature distributions are obtained in the whole computational domain (walls and fluid). Considering the walls of small thickness, the conduction is 1-D; and for the convection are considered formulations and solution methods for variable temperatures on the perimeter of the rectangular duct section. The results obtained for various duct wall materials are presented and the main parameters are compared along the flow longitudinal axis.

**Keywords:** thermal coupling, heat transfer, numerical methods, conduction, convection